МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ   
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королева»  
(Самарский университет)   
  
  
Факультет информатики  
Кафедра программных систем  
  
Дисциплина  
**Вычислительные методы  
  
  
  
ОТЧЕТ**по лабораторной работе №2

«Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений»  
Вариант №7

Студент: Мананников М.А.,   
Группа: 6303-020302D  
  
Преподаватель: Заболотнов Ю.М.  
  
Оценка: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  
  
Дата: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Самара 2023

**Исходное ОДУ**

**Задание**

1. Записать обыкновенное дифференциальное уравнение для численного интегрирования где **x** - скаляр, а функция **f(x)** соответствует индивидуальному заданию.
2. Предварительно выбрать величину отрезка интегрирования и начальную точку .
3. Составить фрагмент программы численного интегрирования уравнения методом Эйлера.
4. Составить фрагмент программы интегрирования уравнения классическим методом Рунге-Кутты 4-ого порядка точности.
5. Составить фрагмент программы численного интегрирования уравнения методом, соответствующим индивидуальному заданию.
6. По каждому из перечисленных выше трех методов пользуясь правилом Рунге выбрать шаг интегрирования **h**, соответствующий заданной погрешности интегрирования на отрезке

**Постановка задачи**

Необходимо определить численное решение заданного обыкновенного дифференциального уравнения с помощью трех методов: метода Эйлера, классического метода Рунге-Кутты 4-ого порядка точности и метода, который входит в индивидуальное задание. Проводится сравнение точности методов и исследуется зависимость погрешности от шага интегрирования.

**Основные используемые формулы**

Математические модели, полученные в виде систем ОДУ, могут быть представлены либо в нормальной форме Коши, либо в неявной форме.

* Нормальная форма Коши:

,

где – вектор переменных состояния системы, – заданная вектор-функция правых частей, t – независимая переменная(чаще всего время).

* Неявная форма:

,

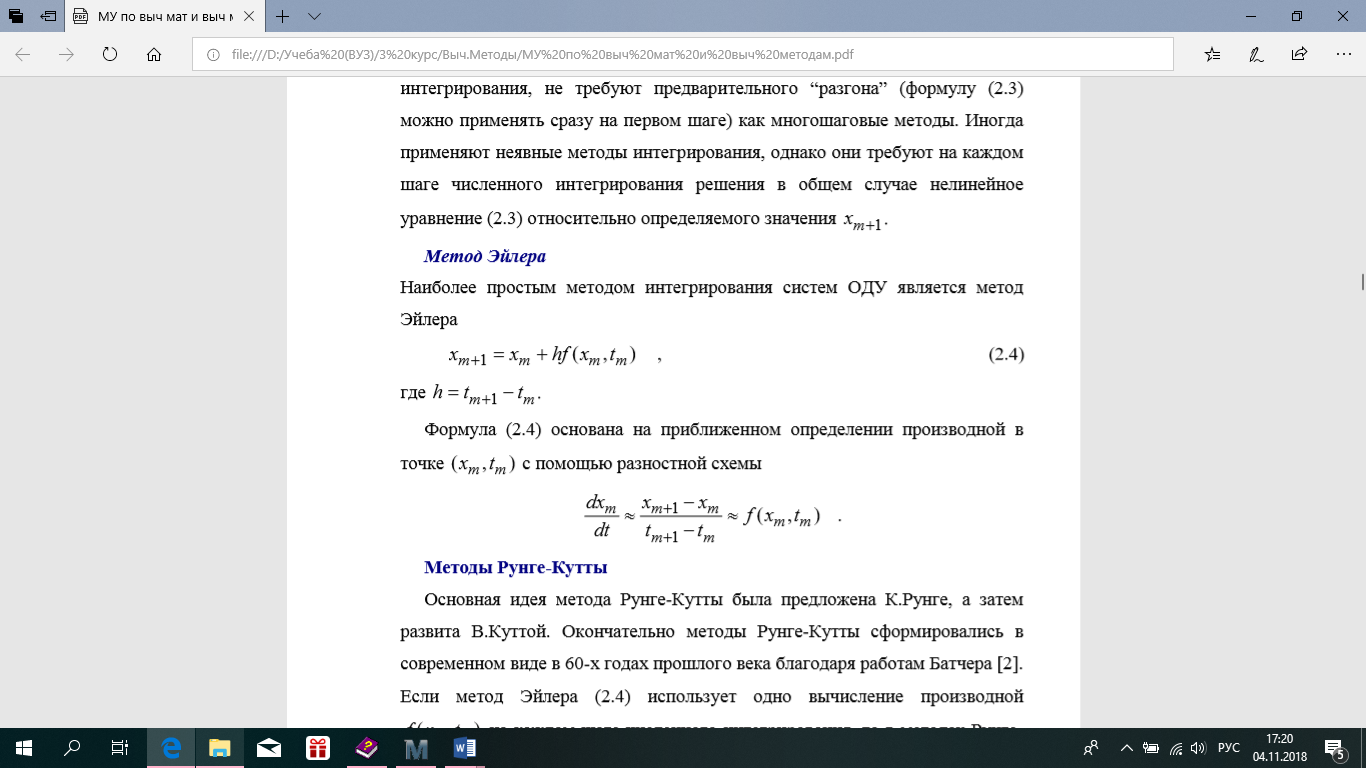
– заданная вектор-функция.

* Метод Эйлера:

Наиболее простым методом интегрирования систем ОДУ является метод Эйлера.

,

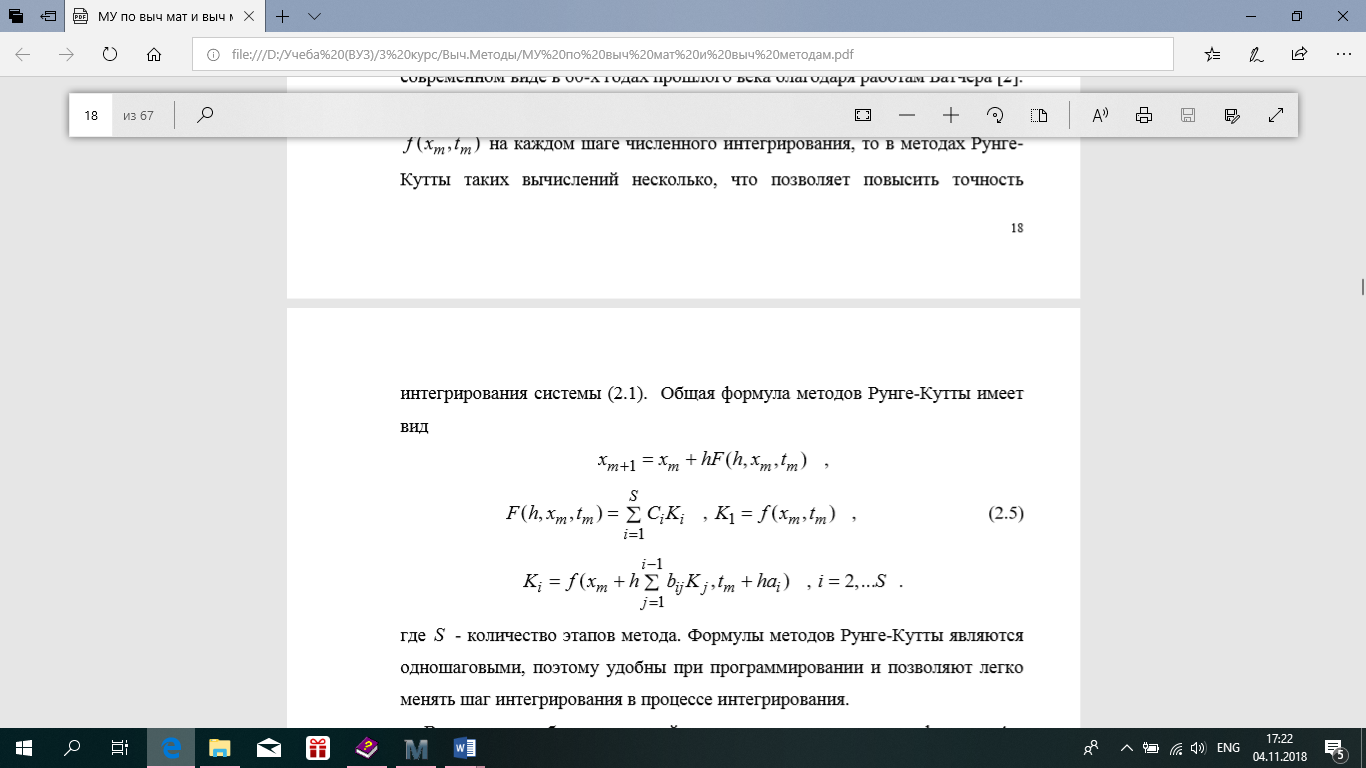
Данная формула основана на приближенном определении производной в точке ( , ) с помощью разностной схемы.



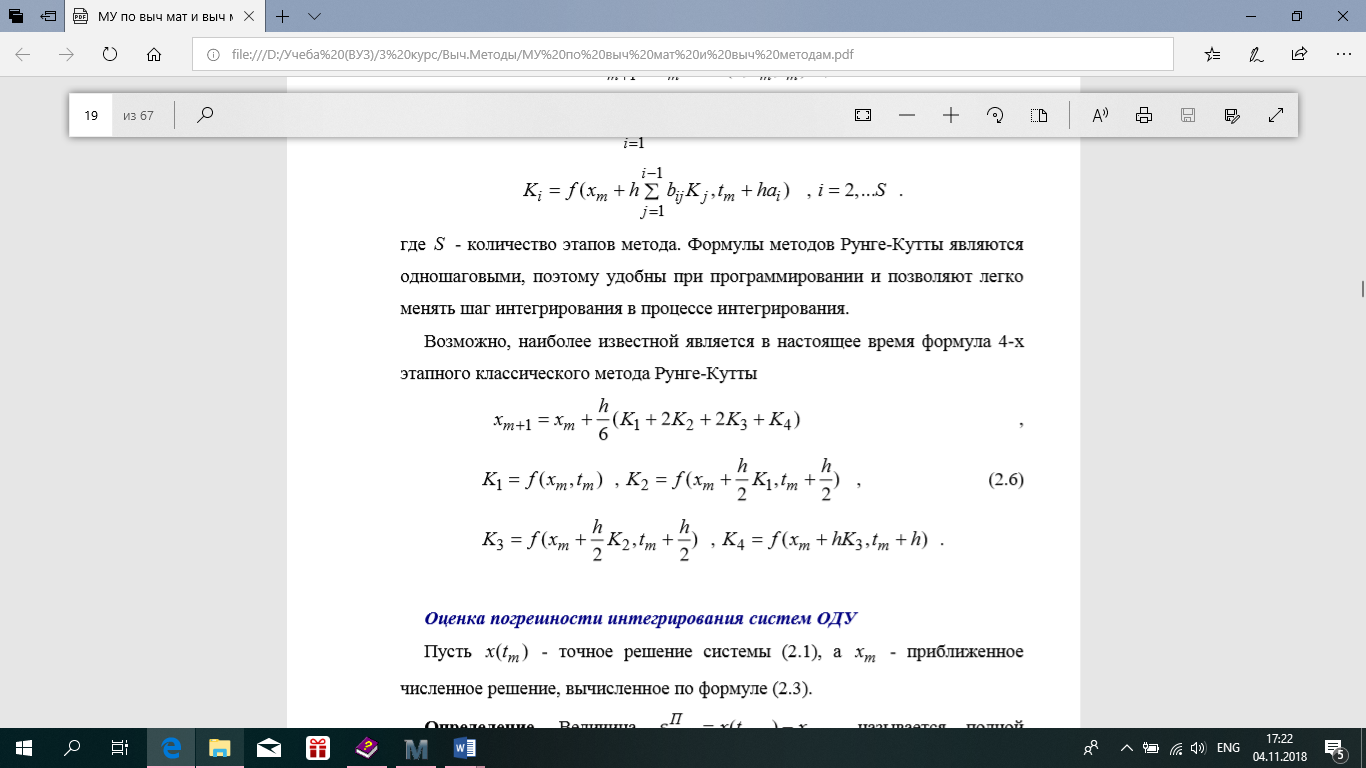
* Метод Рунге-Кутты:

Основная идея метода Рунге-Кутты была предложена К.Рунге, а затем развита В.Куттой. Окончательно методы Рунге-Кутты сформировались в современном виде в 60-х годах прошлого века благодаря работам Батчера. Если метод Эйлера использует одно вычисление производной на каждом шаге численного интегрирования, то в методах РунгеКутты таких вычислений несколько, что позволяет повысить точностьbинтегрирования системы.

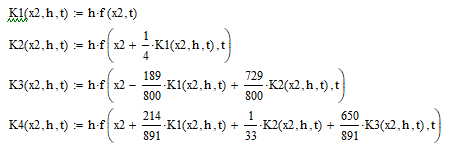
Общая формула методов Рунге-Кутты имеет вид



Формулы методов Рунге-Кутты являются одношаговыми, поэтому удобны при программировании и позволяют легко менять шаг интегрирования в процессе интегрирования. Возможно, наиболее известной является в настоящее время формула 4-х этапного классического метода Рунге-Кутты



Метод интегрирования 12-го варианта

****

Метод Рунге

**Программа**

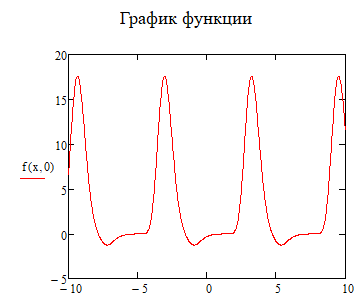


Рисунок 1 – График функции f(x)

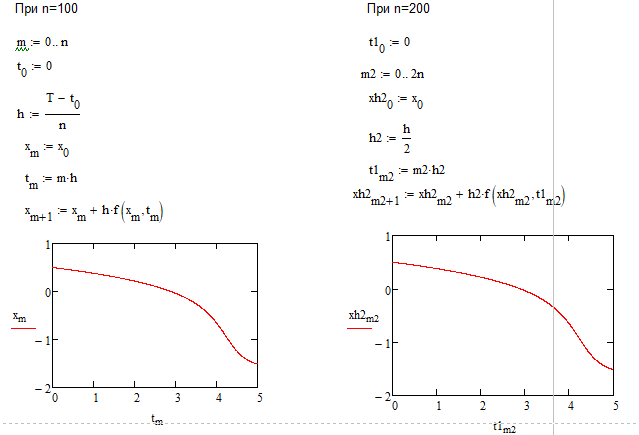
****

Рисунок 2 – Графики функции, полученной интегрированием по методу Эйлера

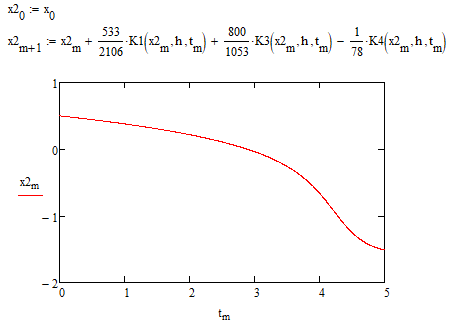


Рисунок 3 – График функции, полученной интегрированием по методу, соответствующему индивидуальному заданию

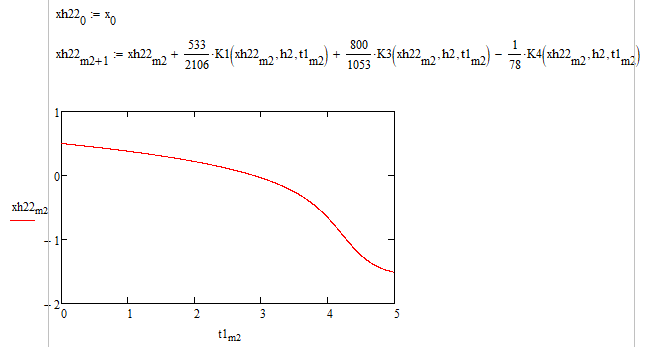


Рисунок 4 – График функции, полученной интегрированием по методу, соответствующему индивидуальному заданию

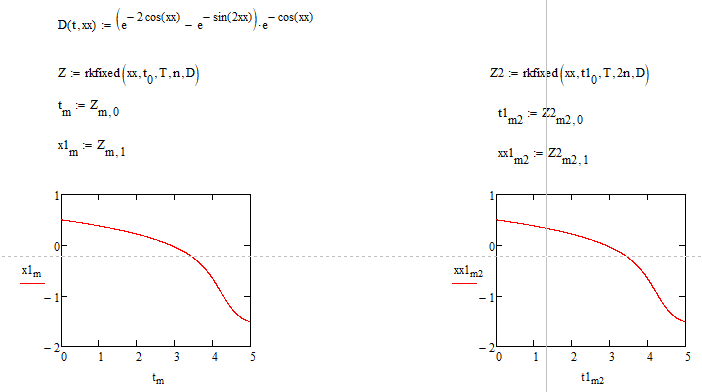


Рисунок 5 – Графики функций, полученные интегрированием по методу Рунге-Кутты

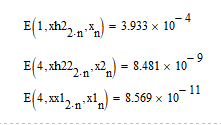


Рисунок 6 – Расчет погрешностей

**Выводы**

* С увеличением порядка погрешность уменьшается. Наибольшую же точность дают метод Рунге-Кутты и метод по варианту, наименьшую – метод Эйлера;
* Графики, полученные интегрированием систем ОДУ 3-мя различными методами, совпадают.